

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЯЖЕЛОНАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Клочко А. А.

Рассмотрено решение контактно-гидродинамической теории при контактировании высокоскоростных тяжелонагруженных зубчатых колес тяжелых токарных станков, которое заключается в совместном решении трех зависящих друг от друга задач гидродинамической, контактной и тепловой – для смазочного вещества и сопрягаемых эвольвентных поверхностей. Практика эксплуатации зубчатых передач убедительно доказала реальное осуществление контактно-гидродинамического режима трения, где толщина смазочного слоя значительно превосходит высоты микронеровностей, экспериментально доказано, что расчетная долговечность зубчатых передач может быть гарантирована лишь при определенном соотношении между толщиной масляного слоя и микрогеометрией контактирующих поверхностей.

Розглянуто вирішення контактно-гідродинамічної теорії при контакті високошвидкісних важелонагружених зубчастих коліс важких токарних верстатів, яке полягає в спільному вирішенні трьох залежних один від одного завдань гідродинамічною, контактною і тепловою – для змащувальної речовини і евольвентних поверхонь, що сполучаються. Практика експлуатації зубчастих передач переконливо довела реальне здійснення контактно-гідродинамічного режиму тертя, де товщина змащувального шару значно перевершує висоти мікронерівностей, експериментально доведено, що розрахункова довговічність зубчастих передач може бути гарантована лише при певному співвідношенні між товщиною масляного шару і мікрогеометрією контактуючих поверхонь.

The decision of pin-hydrodynamic theory is considered at the contact of high-speed tyazhe-lonagruzhennykh of gear-wheels of heavy lathes, which consists in the joint decision of three inter-dependent tasks hydrodynamic, pin and thermal – for a lubricating matter and attended evol'ventnykh surfaces. Practice of exploitation of gearings proved the real realization of the pin- hydrodynamic mode of friction convincingly, where thickness of lubricating layer considerably excels the heights of mikronerovnostey, it is experimentally well-proven that calculation longevity of gearings can be assured only at a certain betweenness by the thickness of oily layer and mikrogeometriy of contacting surfaces.

Клочко А. А.

д-р техн. наук ДГМА,  
[msi@dgma.donetsk.ua](mailto:msi@dgma.donetsk.ua)

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

УДК 669.01:621.7/2.002

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЯЖЕЛОНАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Клочко А. А.

При обработке деталей на тяжелых токарных станках одним из важных направлений применения гидродинамической теории смазки является практическое использование разработок на станках (рис. 1 и рис. 2), работающих на высоких скоростях ( $v = 10\text{--}15$  м/с) при высоких нагрузках.



Рис. 1. Тяжелый токарный станок модели ŠKODA SG 5



Рис. 2. Тяжелый токарный станок модели 1K670Ф3

Гидродинамическую теорию смазки для расчета цилиндрических поверхностей с большой разностью радиусов применил один из первых Г. М. Мартин. Позже этой же задачей занимался А. М. Эртель, Н. А. Слезкин [1], Пеплер и др. Их работы были основаны на так называемой классической гидродинамической теории смазки. В них предполагалось, что:

- поверхности трения не деформируются (абсолютно жесткие);
- вязкость масла является постоянной во всей области трения.

Для анализа работы передач и подшипников качения были получены столь малые толщины смазочного слоя при применении результатов этих исследований, что возникли даже сомнения в возможности существования жидкостного трения. Стремясь приблизить теорию и расчет к практике эксплуатации соответствующих деталей, А. Н. Грубин, А. Камерон,

Е. Ивен и Е. Гаткомб начали учитывать зависимость вязкости масла от давления, но не учитывали деформации поверхностей. Академик П. Л. Капица [1, 2] впервые применил классическую гидродинамическую теорию смазки к расчету поверхностей с двойной кривизной (качение шарика по беговой дорожке), при этом он учел влияние зависимости вязкости масла от давления. Эту же задачу решил М. В. Коровчинский.

Однако учет зависимости вязкости масла от давления без принятия во внимание деформации поверхностей не мог существенно изменить результаты и привести теорию в соответствие с практикой.

Работа А. М. Эртеля [1] по подшипникам качения и скольжения, показали, что при наличии зависимости вязкости масла от давления в области трения возникают большие местные давления, которые вызывают значительные деформации трущихся поверхностей. Очевидно, что без учета этих деформаций невозможно разработать теорию, близкую к действительности.

Рассматривалась изотермическая стационарная контактно-гидродинамическая задача для жидкостей, находящихся в ньютоновском состоянии. При этом, как будет далее показано, эксперименты практически почти всех исследователей приводили к результатам, хорошо согласующимся с результатами автора. Были проведены новые опыты [1, 2], результаты которых не согласуются ни с нашими расчетами, ни с другими теоретическими результатами. В этих экспериментах жидкость находится не в ньютоновском состоянии.

В контактно-гидродинамической теории не учитывалось неньютоновское поведение жидкости.

Ньютоновской называют жидкость, у которой касательное напряжение сдвига прямо пропорционально градиенту скорости деформации  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , и коэффициент пропорциональности, именуемый вязкостью  $\mu$ , является функцией давления  $k_0$  и температуры  $T$ , но не зависит ни от скорости движения, ни от градиента скорости движения масла.

Неньютоновской называют жидкость, у которой зависимость касательного напряжения сдвига от градиента скорости сдвига более сложная. Нельзя говорить о неньютоновской жидкости без упоминания о релаксации – процессе возвращения системы в состояние термодинамического равновесия после выведения его из этого состояния. Время релаксации имеет существенное значение для неньютоновских жидкостей. Как известно, это время, в течение которого отклонение какого-либо параметра системы от его равновесного значения уменьшается в  $e$  раз [1, 2]. Фактически время релаксации определяется временем, необходимым для перемещения частицы жидкости на расстояние порядка среднего расстояния между соседними молекулами. В связи с этим время релаксации существенно зависит от температуры и давления жидкости: с ростом давления и уменьшением температуры время релаксации экспоненциально возрастает.

Рассмотрим некоторые другие аспекты контактно-гидродинамической теории смазки высокоскоростных зубчатых передач главных приводов тяжелых токарных станков.

В предыдущих решениях контактно-гидродинамической проблемы рассматривалась стационарная задача, когда нагрузка и скорость не зависят от времени. Вместе с тем в реальных условиях, например в подшипнике качения, зона контакта почти всегда находится в условиях переменных нагрузок и скоростей движения. Действительно, переменная во времени нагрузка на контакт объясняется вибрацией. Однако даже при статической радиальной нагрузке на подшипник нагрузка на контакт изменяется по пульсирующему циклу.

При сопряжении зубчатых цилиндрических колес сопрягаемые эвольвентные поверхности перемещаются относительно друг друга с проскальзыванием в контактах, и имеют место удары. Это приводит к тому, что трущиеся поверхности, кроме скоростей движения, направленных по касательным к поверхностям, приобретают также скорости по нормали к площадке контакта (они сближаются или удаляются друг от друга). В моменты запуска и остановок, реверсирования резко меняются скорости движения, и неизвестно, как быстро происходит всплывание (возникновение жидкостного трения).

В настоящее время опубликовано крайне мало теоретических работ, где решается нестационарная контактно-гидродинамическая задача контактирования зубчатых передач.

Г. Кристенсен [1, 2] решил нестационарную контактно-гидравлическую задачу при вязкости смазки, зависящей от давления. Однако он не учел вращательное движение тел качения и применил метод итерации, где за исходное приближение принял эпюру давления недеформированных поверхностей. В результате отсутствует сходимость решения при малых толщинах смазочного слоя. К. Херребрух [1, 2] решал задачу при вязкости масла, не зависящей от давления, пренебрегая вращением цилиндров.

Таким образом, известные работы не охватывают наиболее интересные для практики случаи, и в настоящее время получение общего теоретического решения нестационарной контактно-гидродинамической задачи является актуальным.

Этот вопрос рассматривается в настоящей работе.

Влияние микронеровностей. При уменьшении толщины смазочного слоя и приближении ее к сумме высот микронеровностей возникает необходимость учесть влияние шероховатости трущихся поверхностей (микронеровности) на контактно-гидродинамические процессы.

Ряд ученых начал заниматься этим вопросом: И. Анно, И. Валовит, Ц. Аллен, Г. Кристенсен, К. Тондер, В. А. Кудинов; П. Фаулз, К. Джонсон, И. Гринвуд, С. Пун, С. Тзенг, Э. Сейбел [1, 2, 4]. Однако в этих работах либо решаются гидродинамические задачи без учета деформации трущихся поверхностей, либо рассматривается контакт двух неровностей, либо, наконец, деформация учитывается путем введения поправочных коэффициентов в теории Эртеля – Грубина или Даусона. До сих пор не опубликованы формы зазоров и эпюры давления при решении контактно-гидродинамической задачи при наличии шероховатости.

Для полного решения контактно-гидродинамической проблемы при наличии шероховатости необходимо использовать вероятностные методы анализа, так как соударение выступов подчиняется соответствующим статистическим законам, причем следует учесть вязкоупругое поведение жидкости.

В условиях соударения вершин неровностей эвольвентных поверхностей сопрягаемых зубчатых колес время соударения, по-видимому, будет на один или несколько порядков меньше времени релаксации. Кроме того, здесь начнут оказывать влияние механико-химические процессы.

Таким образом, из анализа существующих работ можно сделать следующие выводы:

1. Практика эксплуатации зубчатых передач убедительно доказала реальное осуществление контактно-гидродинамического режима трения, где толщина смазочного слоя значительно превосходит высоты микронеровностей.

2. Сейчас уже экспериментально доказано, что расчетная долговечность зубчатых передач может быть гарантирована лишь при определенном соотношении между толщиной масляного слоя и микрогеометрией контактирующих поверхностей.

3. Все имеющие практическое значение решения контактно-гидродинамической проблемы в законченном виде разработаны только применительно к поверхностям с большой разностью радиусов кривизны (для подшипников качения и зубчатых передач).

4. Все опубликованные решения контактно-гидродинамической задачи производятся численным методом, путем последовательного наложения решений гидродинамической и упругой задач до получения сходимости результатов. В большинстве решений за исходное приближение принимается недеформированный профиль зазора или соответствующая эпюра давления, но в результате резко выраженного нелинейного процесса сходимость обеспечивается лишь при малой степени деформации, и крайне затруднительно получить наиболее интересные для практики результаты. Некоторые исследователи в качестве исходного приближения принимают эпюру давления Герца, а для получения сходимости вынуждены получать отдельные решения для разных участков единой области трения. Вследствие недостаточного согласования значений функции и ее производных в граничных точках соседние участки оказывают искажающее влияние, и возникает погрешность.

5. Значительное отличие результатов, получаемых при раздельном рассмотрении гидродинамической и контактной задач, затрудняет получение сходимости при их последовательном наложении. Вместе с тем до настоящего времени сделано крайне мало попыток решить совместно эти две задачи при значительных давлениях.

6. Из всех опубликованных за последние годы материалов решение Даусона и Хиггинсона ближе всего приближается к экспериментальным результатам. Однако и оно пригодно лишь к одной зоне – при больших давлениях, когда параметры контактно-гидродинамической задачи близки к герцевской задаче. До последнего времени решение Даусона и Хиггинсона трудно было распространить на случай малых давлений. Таким образом, отсутствовал метод, с помощью которого можно было получить решение всей контактно-гидродинамической проблемы для любых значений рабочих параметров, пригодное для надежного расчета конкретных деталей (при работе которых рабочие параметры проходят зону больших и малых давлений).

До сих пор практически отсутствуют законченные решения, пригодные для инженерного применения в случае переменных скоростей или нагрузок, а также в случаях, когда смазка приобретает неньютоновские свойства (вязкоупругие).

При решении контактно-гидродинамической задачи для зубчатых сопрягаемых передач, необходимо определить контактные смещения эвольвентных поверхностей под действием сил давления, возникающих в смазочном слое.

Известные решения для кругового упругого кольца Д. Вайнберга весьма сложны, и их трудно применить.

В настоящее время уже имеется значительное количество работ по определению напряженного состояния в упругом слое (А. И. Лурье, Н. И. Сомов, Я. С. Уфлянд, К. Мергуэр, Е. Мелан). Однако по ряду причин применить их результаты непосредственно для решения контактно-гидродинамической задачи не удастся. В одних работах принято, что упругий слой может проскальзывать относительно основания, в других – получены только напряжения, а перемещения следует еще отыскивать, в третьих – уже найдены перемещения, но они представлены столь громоздкими выражениями, что их трудно использовать, тем более что отсутствуют необходимые числовые значения. Наконец, предпочтительно получить численные результаты таким общим методом, который разрешал бы использовать любые граничные условия (отсутствие скольжения упругого слоя относительно жесткого основания; свободное скольжение упругого слоя, когда касательная нагрузка на границе с жестким основанием равна нулю; скольжение упругого слоя по основанию с любым постоянным или переменным коэффициентом трения и т. д.). Решение контактно-гидродинамической задачи для зубчатых сопрягаемых передач выполняется применением метода интегральных преобразований Фурье.

Целью работы является повышение работоспособности высокоскоростных тяжело-нагруженных зубчатых цилиндрических передач тяжелых токарных станков путем улучшения их гидродинамических свойств.

Рассмотрим решение смешанной задачи теории упругости для случая деформации упругого слоя, лежащего на абсолютно жестком основании, прочно сцепленного с ним и нагруженного произвольной нагрузкой  $p_0(x)$  (рис. 3).

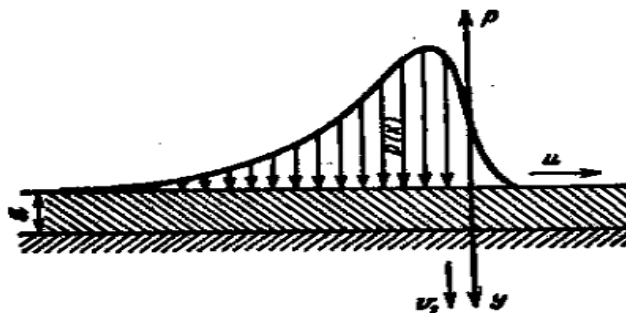


Рис. 3. Произвольная нагрузка, приложенная к упругому слою, находящемуся на эвольвентной поверхности при скорости вращения зубчатого колеса  $v = 8$  м/с

Отметим только, что черездобоначена толщина упругого слоя в  $m$ . Нас интересуют прогибы верхней границы его. Поэтому задачу будем решать в перемещениях. Уравнения равновесия в перемещениях при отсутствии массовых сил имеют вид:

$$\Delta^2 u = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\Delta^2 u_1 = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad (2)$$

где объемное расширение

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{G}_1}{\partial y}. \quad (3)$$

Из уравнений (1), (2), (3) следует, что

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

В уравнениях (1) и (2)  $\mu$  и  $\lambda$  – коэффициенты Лямэ – связаны следующим образом с  $E$  – модулем Юнга первого рода и  $\nu$  – коэффициентом Пуассона:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{Em}{(1+m)(1-2m)}; & m &= \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}; \\ \mu &= \frac{E}{2(1+m)}; & E &= \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)}. \end{aligned}$$

Проще всего решать данную задачу с помощью интегральных преобразований Фурье. Введем интегральные преобразования Фурье для следующих функций:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(\alpha, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(x, y) e^{i\alpha x} dx; \\ \bar{u}(\alpha, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{i\alpha x} dx; \\ \bar{u}_1(\alpha, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{G}_1(x, y) e^{i\alpha x} dx; \\ \bar{\sigma}_y(\alpha, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_y(x, y) e^{i\alpha x} dx; \\ \bar{\tau}_{xy}(\alpha, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{xy}(x, y) e^{i\alpha x} dx. \end{aligned} \quad (5)$$

Пользуясь соотношениями между трансформантами Фурье для производных функций, получим

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial' f(x, y)}{\partial x'} e^{i\alpha x} dx = (i\alpha)' \bar{f}(\alpha, y). \quad (6)$$

Применяя интегральные преобразования к уравнению (4), найдем

$$\frac{d^2 \bar{\theta}(\alpha, y)}{dy^2} - \alpha^2 \bar{\theta}(\alpha, y) = 0,$$

откуда

$$\bar{\theta}(\alpha, y) = C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y}. \quad (7)$$

Аналогично из формул (1.1) и (1.2) получим

$$\frac{d^2 \bar{u}(\alpha, y)}{dy^2} - \alpha^2 \bar{u}(\alpha, y) = i\alpha \frac{\lambda + \mu}{\mu} [C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y}] \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \bar{g}(\alpha, y)}{dy^2} - \alpha^2 \bar{g}(\alpha, y) = -\alpha \frac{\lambda + \mu}{\mu} [C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y}] \quad (9)$$

Найдем  $\bar{u}(\alpha, y)$  в виде

$$\bar{u}(\alpha, y) = A_1 e^{\alpha y} + A_2 e^{-\alpha y} + E_1 y e^{\alpha y} + E_2 y e^{-\alpha y}.$$

Тогда

$$\frac{d^2 \bar{u}(\alpha, y)}{dy^2} = A_1 \alpha^2 e^{\alpha y} + A_2 \alpha^2 e^{-\alpha y} + 2E_1 \alpha e^{\alpha y} + E_1 \alpha^2 y e^{\alpha y} - 2E_2 \alpha e^{-\alpha y} + E_2 \alpha^2 y e^{-\alpha y}.$$

Подстановка последних выражений в уравнение (8) дает

$$2E_1 \alpha e^{\alpha y} - 2E_2 \alpha e^{-\alpha y} = i\alpha \frac{\lambda + \mu}{\mu} [C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y}]$$

откуда

$$E_1 = \frac{\lambda + \mu}{2\mu} i C_1; \quad E_2 = \frac{\lambda + \mu}{2\mu} i C_2$$

Аналогично

$$\bar{v}(\alpha, y) = B_1 e^{\alpha y} + B_2 e^{-\alpha y} + K_1 y e^{\alpha y} + K_2 \alpha^2 y e^{-\alpha y};$$

$$\frac{d^2 \bar{v}(\alpha, y)}{dy^2} = B_1 \alpha^2 e^{\alpha y} + B_2 \alpha^2 e^{-\alpha y} + 2K_1 \alpha e^{\alpha y} + K_1 \alpha^2 y e^{\alpha y} - 2K_2 \alpha e^{-\alpha y} + K_2 \alpha^2 y e^{-\alpha y}.$$

Подставляя последние два выражения в уравнение (9), находим

$$2K_1 e^{\alpha y} - 2K_2 e^{-\alpha y} = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} [C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y}]$$

так что

$$K_1 = -\frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_1 \quad \text{и} \quad K_2 = -\frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_2.$$

Таким образом,

$$\bar{u}(\alpha, y) = A_1 e^{\alpha y} + A_2 e^{-\alpha y} + \frac{\lambda + \mu}{2\mu} i C_1 y e^{\alpha y} - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} i C_2 y e^{-\alpha y}; \quad (10)$$

$$\bar{v}(\alpha, y) = B_1 e^{\alpha y} + B_2 e^{-\alpha y} - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_1 y e^{\alpha y} - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_2 y e^{-\alpha y}. \quad (11)$$

Имея исходную систему (1) и (2), получаем всего четыре постоянные, в уравнениях (10) и (11) имеется шесть постоянных. Необходимо определить две постоянные  $C_1$  и  $C_2$ . Это можно сделать, если применить интегральные преобразования к уравнению (3). Тогда получим

$$C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y} = -i\alpha A_1 e^{\alpha y} - i\alpha A_2 e^{-\alpha y} + B_1 \alpha e^{\alpha y} - B_2 \alpha e^{-\alpha y} - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_2 e^{-\alpha y} - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_1 e^{\alpha y},$$

Откуда

$$C_1 = -\frac{(B_1 - A_1 i)2\alpha\mu}{\lambda + 3\mu}; \quad C_2 = -\frac{(A_2 i - B_2)2\alpha\mu}{\lambda + 3\mu}.$$

В результате трансформанты перемещений имеют вид

$$\bar{u}(\alpha, y) = A_1 e^{\alpha y} + A_2 e^{-\alpha y} + \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \alpha \left[ (A_1 + B_1 i) y e^{\alpha y} + (B_2 i - A_2) y e^{-\alpha y} \right]; \quad (12)$$

$$\bar{v}(\alpha, y) = B_1 e^{\alpha y} + B_2 e^{-\alpha y} - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \alpha \left[ (B_1 + A_1 i) y e^{\alpha y} - (A_2 i - B_2) y e^{-\alpha y} \right]. \quad (13)$$

Постоянные  $A_1, A_2, B_1, B_2$  определяются из граничных условий. На верхней границе упругого слоя нормальные напряжения равны внешней нагрузке с обратным знаком, касательные напряжения равны нулю. На нижней границе упругого слоя отсутствуют горизонтальные и вертикальные перемещения. Следовательно,

$$\sigma_y(x, 0) = -p_0(x); \quad \tau_{xy}(x, 0) = 0;$$

Выразив напряжения через перемещения

$$u(x, d) = 0; \quad v(x, d) = 0$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} p_0(x) e^{i\alpha x} dx = \frac{2\alpha\mu}{\lambda + 3\mu} \left[ (\lambda + 2\mu)(B_1 - B_2) + \mu i(A_1 + A_2) \right];$$

$$0 = \mu(B_1 - B_2) + (\lambda + 2\mu)i(A_1 + A_2); \quad (14)$$

$$0 = B_1 e^{\alpha d} + B_2 e^{-\alpha d} \left[ (-B_1 e^{\alpha d} + B_2 e^{-\alpha d} + i(A_1 e^{\alpha d} + A_2 e^{-\alpha d})) \right]$$

$$0 = i \left[ A_1 e^{\alpha d} + A_2 e^{-\alpha d} \right] + \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \alpha d \left[ -B_1 e^{\alpha d} - B_2 e^{-\alpha d} + i(A_1 e^{\alpha d} + A_2 e^{-\alpha d}) \right]$$

Решим эту систему линейных алгебраических уравнений относительно  $A_1, A_2, B_1, B_2$  определим все интересующие нас постоянные.

Обозначим

$$\psi(\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} p_0(x) e^{i\alpha x} dx. \quad (15)$$

В результате решения системы (14) найдем

$$\bar{v}_1(\alpha, 0) = \frac{\left( e^{-2\alpha d} - e^{\alpha d} + 4\alpha d \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \right) (\lambda + 2\mu)(\lambda + 3\mu) \psi(\alpha)}{2\alpha\mu \left[ (e^{-2\alpha d} + e^{2\alpha d})(\lambda + \mu)(\lambda + 3\mu) + (\lambda + \mu)^2 + (\lambda + 3\mu)^2 + (\lambda + \mu)^2 4\alpha^2 d^2 \right]}. \quad (16)$$

Для упрощения выражения (16) перейдем от показательных к гиперболическим функциям, от коэффициентов Лямэ к модулю Юнга и коэффициенту Пуассона.

Введем обозначение

$$\alpha_1 = \frac{1}{3 - 4m}. \quad (17)$$



Тогда

$$\bar{u}_1(\alpha, 0) = \frac{2(1-m^2)[sh(2ad) - a_1 2ad]}{\sqrt{2\pi}\alpha E \left[ sh(2ad) + \frac{\alpha_1}{2}(1+4a^2d^2) + \frac{1}{2a_1} \right]} \int_{-\infty}^{\infty} p_0(\varepsilon) e^{i\alpha\varepsilon} d\varepsilon$$

Переходя от трансформанты к оригиналу

$$\bar{v}_1(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{v}_1(\alpha, 0) e^{i\alpha x} dx, \quad (18)$$

найдем

$$\bar{v}_1(x, 0) = \frac{1-m^2}{\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[sh\beta - a_1\beta]}{\beta \left[ ch\beta + \frac{a_1}{2}(1+\beta^2) + \frac{1}{2a_1} \right]} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} p_0(\varepsilon) e^{i\frac{\beta}{2d}\varepsilon} d\varepsilon \right\} e^{i\frac{\beta}{2d}x} d\beta. \quad (19)$$

Применяя известные формулы Эйлера для перехода от показательных к тригонометрическим функциям и меняя порядок интегрирования, можем записать

$$v_1(x, 0) = \frac{1-m^2}{\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} p_0(\varepsilon) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[sh\beta - a_1\beta] \left[ \cos \frac{(\varepsilon-x)\beta}{2d} + i \sin \frac{(\varepsilon-x)\beta}{2d} \right] d\beta}{\beta \left[ ch\beta + \frac{a_1}{2}(1+\beta^2) + \frac{1}{2a_1} \right]} d\varepsilon \right\}$$

После этого, используя правило интегрирования четных и нечетных функций в случае, когда верхний и нижний пределы интегрирования равны по модулю, получим

$$v_1(x, 0) = \frac{2(1-m^2)}{\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} p_0(\varepsilon) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[sh\beta - a_1\beta] \cos \frac{\beta(\varepsilon-x)}{2d} d\beta}{\beta \left[ ch\beta + \frac{a_1}{2}(1+\beta^2) + \frac{1}{2a_1} \right]} d\varepsilon \right\}. \quad (20)$$

Обозначим

$$\Phi \left[ \frac{\varepsilon-x}{2d} \right] = \int_{-0}^{\infty} \frac{[sh\beta - a_1\beta] \cos \left( \beta \frac{\varepsilon-x}{2d} \right)}{\beta \left[ ch\beta + \frac{a_1}{2}(1+\beta^2) + \frac{1}{2a_1} \right]} d\beta. \quad (21)$$

Тогда, учитывая, что  $p_0(\varepsilon) \approx 0$  найдем

$$v_1(x, 0) = \frac{2(1-m^2)}{\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} p_0(\varepsilon) \Phi \left[ \frac{\varepsilon-x}{2d} \right] d\varepsilon, \quad (22)$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – соответственно размерные координаты начала и конца области трения.

Выражение (22) является общей формулой для вычисления прогиба верхней свободной границы упругого слоя под действием любой нагрузки, нормальной к его поверхности (рис. 4). Из этого выражения можно получить формулу для прогиба упругого слоя под действием сосредоточенной силы  $P$ , приложенной в точке  $\varepsilon$ . Для этого рассмотрим эту формулу, когда нагрузка распределена равномерно на участке длиной  $2\Delta$ . Значение интеграла можно взять равным среднему интегральному.

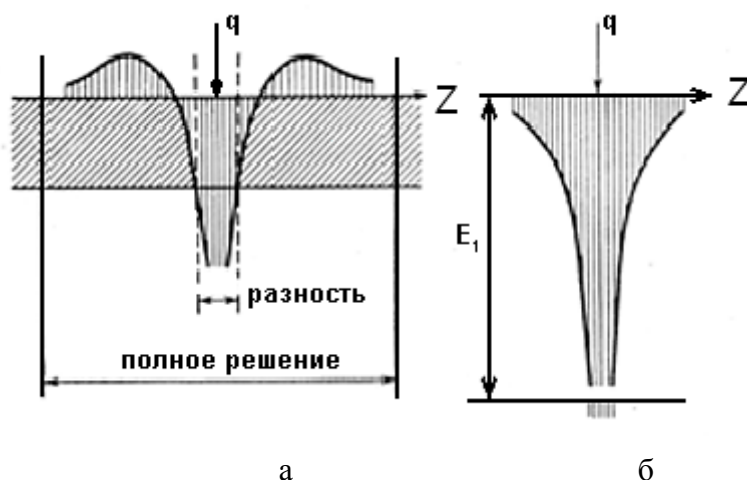


Рис. 4. Схема деформации упругого слоя при единичной силе:  
а – предложенное решение; б – решение Фламана

Тогда, считая, что длина интервала стремится к нулю ( $2\Delta$  стремится к 0), получим

$$v_1(x) = \frac{2(1-m^2)}{\pi E} P\Phi \left[ \frac{\varepsilon - x}{2d} \right]. \quad (23)$$

Таким образом, ранее полученная величина  $\Phi \left[ \frac{\varepsilon - x}{2d} \right]$  представляет собой в масштабе

$\frac{2(1-m^2)}{\pi E}$  – прогиб поверхности в точке  $\varepsilon$  под действием единичной силы, приложенной к точке  $\varepsilon$ . Эта функция вычислена на ПК.

Для успешного применения предложенных методов расчета, основанных на контактно-гидродинамической теории смазки, изыскания возможности повышения работоспособности зубчатых передач необходимо предварительно сравнить результаты расчета по этим методикам с результатами экспериментальных исследований, а также теоретических расчетов других авторов.

При этом наибольший интерес представляет прямая экспериментальная проверка разработанной теории.

В связи с тем, что основной расчетной величиной, определяющей контактно-гидродинамический режим работы зубчатых колес, является толщина и форма смазочного слоя, значительный интерес представляет сравнение экспериментально замеренных толщин смазочного слоя с теоретически рассчитанными.

Основными причинами выхода зубчатых передач из строя являются: поломка зубьев, выкрашивание активных поверхностей и отслаивание поверхностных слоев зубьев, абразивный износ зубьев, пластические деформации зубьев и заедание.

Вследствие внезапности появления поломка является весьма опасным видом разрушения. В подавляющем большинстве случаев она носит усталостный характер, поскольку каждый зуб входит в зацепление периодически, кроме этого в процессе зацепления меняется плечо приложения силы, т. е. изменяется величина изгибающего момента. Напряжения при изгибе, превышающие предел выносливости, вызывают появление микротрещин, которые возникают в зоне максимальной концентрации напряжений, обычно в месте перехода зубьев в обод колеса. Появившиеся микротрещины при дальнейшей работе передачи распространяются вглубь зуба по нормали к переходной кривой (рис.5) Поломка зубьев (рис. 6) наиболее часто встречается у чугунных зубчатых колес или у стальных с высокой твердостью активных поверхностей зубьев ( $H > HB 350$ ). В зубчатых колесах со средней и низкой твердостями

активных поверхностей зубьев поломки встречаются значительно реже, поскольку в этом случае, как правило, предельная нагрузочная способность зубьев определяется не изгибной, а контактной прочностью их активных поверхностей.



Рис. 5. Разрушение зубчатого колеса в следствие повышенных нагрузок и несоответствие системы и подачи смазки

Причинами поломок зубьев могут оказаться возникшие в процессе эксплуатации перегрузки отдельных участков зубьев вследствие неравномерности распределения нагрузки, на ширину зубчатого венца из-за перекоса осей зубчатых колес, вызванного увеличением люфтов в подшипниках и шлицевых соединениях, деформации осей и самих колес, а также различного рода производственных дефектов (раковин при отливке, трещин при термообработке и т. п.).

У зубчатых колес, изготовленных с достаточно большим положительным смещением исходного контура, может произойти скалывание утоненных вершин зубьев. Поэтому при выборе коэффициентов смещения их величина лимитируется толщиной зубьев по окружности вершин зубьев, которая не должна быть меньше  $(0,25 \div 0,4)t_n$ .

При изломе зубьев (рис.6) косозубых колес трещина появляется в торцевой поверхности колеса у основания зуба (рис. 7) и распространяется по длине зуба наклонно к его вершине.



Рис. 6. Излом зубчатого зацепления в следствие повышенных нагрузок и несоответствия твердых смазок

Увеличение изгибной прочности может быть достигнуто за счет увеличения площади опасного сечения, что может быть получено, например, при применении положительных смещений исходного контура или при применении нестандартных исходных контуров,

увеличения радиуса кривизны переходных кривых у основания зуба с целью уменьшения величины местных напряжений; повышения механических характеристик материала зубчатых колес, применения механических, термических и химико-термических методов упрочнения поверхностей зубьев в зоне действия максимальных напряжений, увеличения точности изготовления к монтажа передач, что существенно снижает динамические нагрузки.

Выкрашивание активных поверхностей зубьев связано с усталостными явлениями в поверхностном слое вследствие действия переменных по величине контактных напряжений, под которыми понимаются напряжения, возникающие в зоне контакта при начальном линейном или точечном касании тел, находящихся под действием сжимающей нагрузки. На поверхностях контакта зубьев в результате действия переменных контактных напряжений в поверхностном слое возникают усталостные трещины, последующее развитие которых приводит к отделению частиц металла.

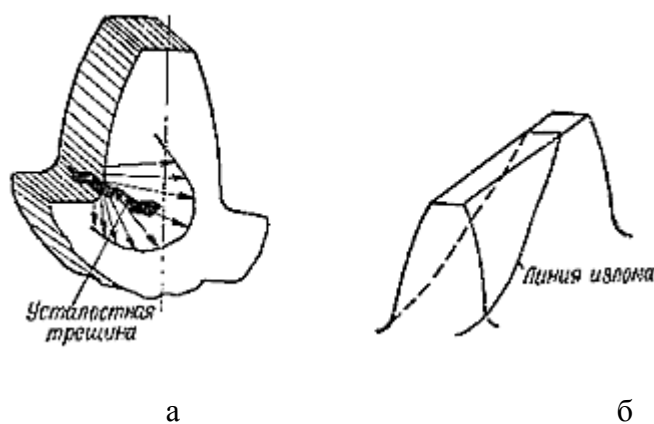


Рис. 7. Виды разрушения зубьев:

а – распространение изгибной усталостной трещины ; б – излом зубьев косозубых и шевронных зубчатых колес

Следует отметить, что появление следов выкрашивания не всегда является признаком опасного разрушения активных поверхностей зубьев. В начальный приработочный период работы передачи вследствие неточности изготовления и монтажа, деформаций валов и спор может появиться значительная неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий.

На некоторых участках последних контактные напряжения могут достигать значительных величин и явиться причиной появления местного выкрашивания. По мере приработки в работу вступают участки контактных линий, ранее не воспринимавшие нагрузки, что приводит к перераспределению и уменьшению контактных напряжений. При последующей же продолжительной работе количество раковин выкрашивания не увеличивается. Наоборот, они могут частично или полностью завальцоваться, сделаться едва заметными и даже исчезнуть. Такое явление носит название ограниченного выкрашивания.

Ограниченное выкрашивание допустимо при работе скоростных тяжело нагруженных зубчатых передач.

Если число раковин выкрашивания и их размеры увеличиваются, то выкрашивание называется прогрессирующим. Появившееся вследствие выкрашивания искажение профилей зубьев приводит к нарушению правильности зацепления и к появлению дополнительных динамических нагрузок.

В развитии выкрашивания существенную роль играет смазка. При наличии смазки создаются благоприятные условия для развития выкрашивания, прежде всего на ножках зубьев, являющихся отстающими поверхностями (рис. 8).

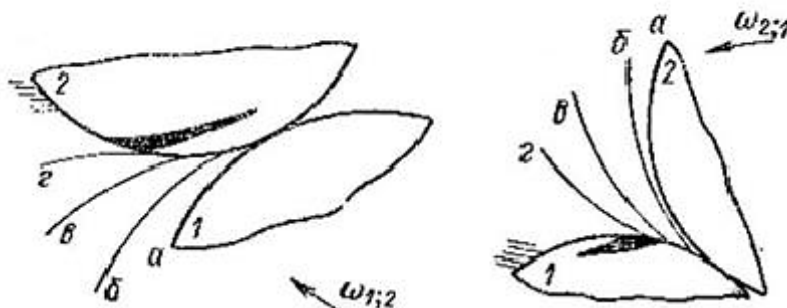


Рис. 8. Влияние смазки на развитие усталостных трещин

Направление усталостных микротрещин ориентируется на поверхности зубьев в зависимости от направления сил трения. Масло, попадая в микротрещины, при дальнейшем движении профилей 1 и 2, промежуточные положения которых обозначены буквами а, б, в, г, выдавливается из них на обгоняющей поверхности (рис. 8, а) и заклинивается на отстающей поверхности (рис. 8, б), создавая расклинивающий аффект, способствующий развитию усталостных трещин и появлению прогрессирующего выкрашивания. Существенное влияние на сопротивление зубьев выкрашиванию оказывают сорт и вязкость смазки, а также способ ее подачи.

У косозубых передач состояние активных поверхностей зубьев характеризуется наличием прогрессирующего выкрашивания. При наклонном расположении контактных линий выкрашивание, начинающееся на ножках зубьев, может не вызвать нарушения правильности зацепления, так как головки зубьев по-прежнему остаются работоспособными, воспринимая большую часть нагрузки. В связи с этим при эксплуатации косозубых колес можно допускать выкрашивание ножек зубьев. Передачу с косозубыми колесами следует считать вышедшей из строя, если выкрашивание распространилось и на головки зубьев.

Повышение сопротивляемости зубьев выкрашиванию может быть достигнуто: увеличением приведенных радиусов кривизны соприкасающихся активных поверхностей зубьев, путем применения передач с  $x_E > 0$  или передач с нестандартными исходными контурами; повышением механических характеристик материалов зубчатых колес; применением механического, термического или химико-термического упрочнения активных поверхностей зубьев; увеличением точности изготовления зубчатых колес и монтажа передачи; правильным выбором смазки; использованием эффекта повышенной нагрузочной способности головок зубьев.

Отслаивание поверхностных слоев зубьев наблюдается в тех случаях, когда под упрочненным поверхностным слоем величина приведенных контактных напряжений достаточно велика. В результате периодического действия глубинных напряжений под упрочненным слоем могут возникнуть усталостные трещины, развитие которых и приводит к отслаиванию отдельных участков поверхностного упрочненного слоя. Этот вид разрушения наиболее опасен для колес, зубья которых подвергнуты поверхностному упрочнению (цементации, азотированию, поверхностной закалке и т. д.). Возможность появления отслаивания существенно зависит от соотношения толщины упрочненного слоя и величины приведенного радиуса кривизны соприкасающихся зубьев и оптимального выбора смазки.

Следует отметить существенное влияние на износ шероховатости рабочих поверхностей зубьев. Если микронеровности на активных поверхностях зубьев превышают толщину масляного слоя, то происходит непосредственное соприкосновение активных поверхностей

зубьев. По мере сглаживания поверхностей зубьев износ уменьшается и может совсем прекратиться. Продолжительность приработочного износа существенно зависит от твердости активных поверхностей зубьев. Для передач с высокой твердостью этот процесс может быть весьма длительным. В тех случаях, когда износ стабилизируется во времени, он носит название прогрессирующего. Этот износ характерен для открытых зубчатых передач или передач, работающих без смазки, и является основной причиной выхода их из строя.

При проектировании зубчатых передач необходимо учитывать основные положения контактно-гидродинамической теории контактирования зубчатых колес, которая заключается в совместном решении трех зависящих друг от друга задач: гидродинамической, контактной и тепловой – для смазочного вещества и сопрягаемых эвольвентных поверхностей и обеспечить уменьшение величины износа зубьев, применять колеса с высокой твердостью активных поверхностей зубьев [3, 4, 5], в том числе зубчатых колес с твердыми поверхностями зубьев, выбор геометрии зацепления, при которой достигается уменьшение скорости скольжения зубьев; уменьшение шероховатости поверхностей зубьев; применение уплотнений, предупреждающих попадание в смазку абразивных частиц, и постановку фильтров для очистки масла.

### ВЫВОДЫ

Решение контактно-гидродинамической теории контактирования зубчатых передач заключается в совместном решении трех зависящих друг от друга задач гидродинамической, контактной и тепловой – для смазочного вещества и сопрягаемых эвольвентных поверхностей.

Практика эксплуатации зубчатых передач убедительно доказала реальное осуществление контактно-гидродинамического режима трения, где толщина смазочного слоя значительно превосходит высоты микронеровностей, экспериментально доказано, что расчетная долговечность зубчатых передач может быть гарантирована лишь при определенном соотношении между толщиной масляного слоя и микрогеометрией контактирующих поверхностей.

Решения контактно-гидродинамической задачи производятся численным методом, путем последовательного наложения решений гидродинамической и упругой задач до получения сходимости результатов при определенных значениях рабочих параметров формы зазора между сопрягаемыми эвольвентными поверхностями и соответствующей эпюры распределения давления в масляном слое. Именно форма зазора и эпюра давления являются главными факторами, которые определяют основные параметры контактирования цилиндрической зубчатой передачи. Смешанная задача теории упругости сводится к системе дифференциальных уравнений в частных производных.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Решетов Д. Н. Детали машин / Д. Н. Решетов. – М. : Машиностроение, 1974. – 556 с.
2. Петрусеви́ч А. И. Контактная прочность деталей машин / А. И. Петрусеви́ч. – М., 1969. – 242 с.
3. Технологические особенности обработки крупномодульных закаленных зубчатых колес [Текст] / Н. В. Кравцов, Ю. В. Тимофеев, А. А. Клочко [и др.]; науч. ред. А. А. Пермяков; ВолГТУ – Тольятти: ЗАО «ОНИКС», 2012 – 254 с., ил., табл.; – (Серия : Управление качеством технологических процессов в машиностроении / общ. ред. Ю. М. Соломенцев), ISBN 978-59903090-6-7.
4. Суслов А. Г. Технологическое обеспечение параметров состояния поверхностного слоя деталей / А. Г. Суслов. – М. : Машиностроение, 1987. – 208 с.
5. Масляная СОЖ при зубообработке: эффективность и перспективы их применения. Металлообработка. Оборудование и инструмент для профессионалов / Е. В. Мироненко, А. Г. Суслов, А. А. Клочко [и др.] // Международный информационно-технический журнал. – Харьков, 2008. – № 5. – С. 70–73.